

6

TRANSMISIÓN DIGITAL CONVERSIÓN ANALÓGICA A DIGITAL PCM



Objetivo

● Describir la técnica PCM que permite la conversión de señales analógicas en digitales para su transmisión.

Manual de clases

Última modificación:
6 de abril de 2023

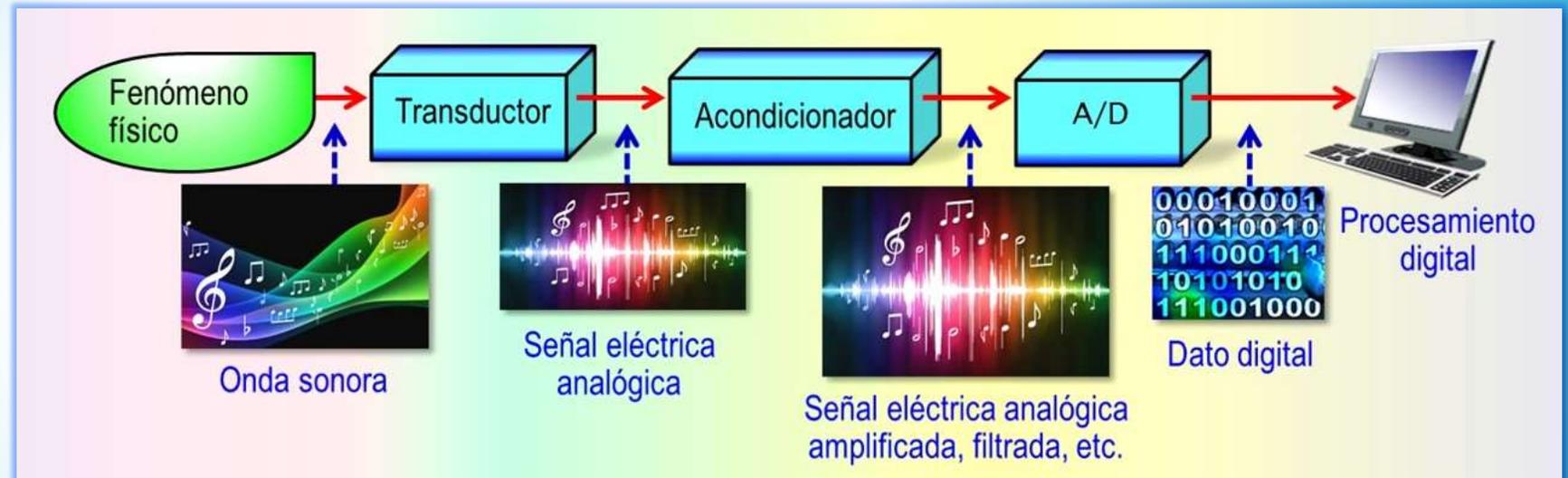
Tema 6 de:
TRANSMISIÓN DE DATOS
Edison Coimbra G.

1. DIGITALIZACIÓN DE SEÑALES ANALÓGICAS PCM

CONVERSIÓN ANALÓGICA A DIGITAL

Conversión analógica a digital

- **Las magnitudes físicas** que sirven para representar fenómenos naturales son, por lo general, **analógicas**, por ejemplo: voz, música, imágenes, temperatura, radiación, humedad, etc.:
- **En consecuencia**, los sistemas electrónicos de comunicación, que, en su mayoría, procesan datos digitales, deben tratar con estas magnitudes físicas analógicas en su punto de contacto con el mundo exterior (sus entradas); y para procesarlas las convierten a **datos digitales**.
- **El proceso de conversión** se resume así:
 - ► **Un transductor** (micrófono, cámara de video, sensor, etc.) convierte la magnitud física en una señal eléctrica analógica.
 - ► **Un acondicionador** (amplificador, filtro, etc.) acondiciona la señal eléctrica analógica.
 - ► **Un conversor analógico digital A/D** convierte la señal eléctrica analógica en dato digital (flujos de 0s y 1s). Utiliza habitualmente la técnica PCM.

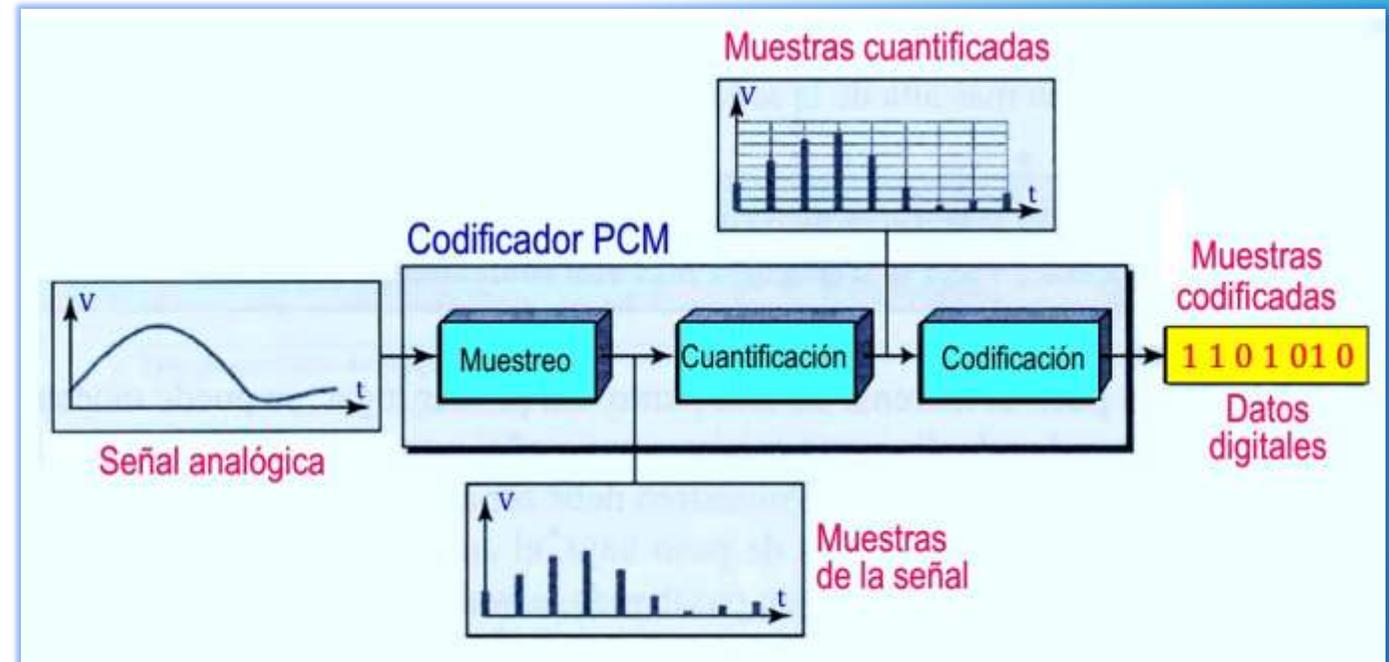


Digitalización de señales analógicas PCM

CONVERSIÓN ANALÓGICA A DIGITAL

Modulación por Codificación de Pulsos (PCM)

- La **técnica** más habitual para cambiar una señal analógica a datos digitales (**digitalización**) es la denominada PCM, propuesta por Allex Reeves en 1937.
- Un **codificador PCM** tiene tres procesos como se muestra en la figura.
 - ▶ **1. Se muestrea** la señal analógica a intervalos de tiempo constantes.
 - ▶ **2. Se cuantifica** la señal muestreada, se mide el valor de la muestra y se le asigna un valor discreto en una escala de valores posibles.
 - ▶ **3. Se codifican** como flujos de bits los valores cuantificados. A cada valor de la muestra se le asigna un código binario.
- **Por tanto**, cada muestra esta representada por un paquete binario.



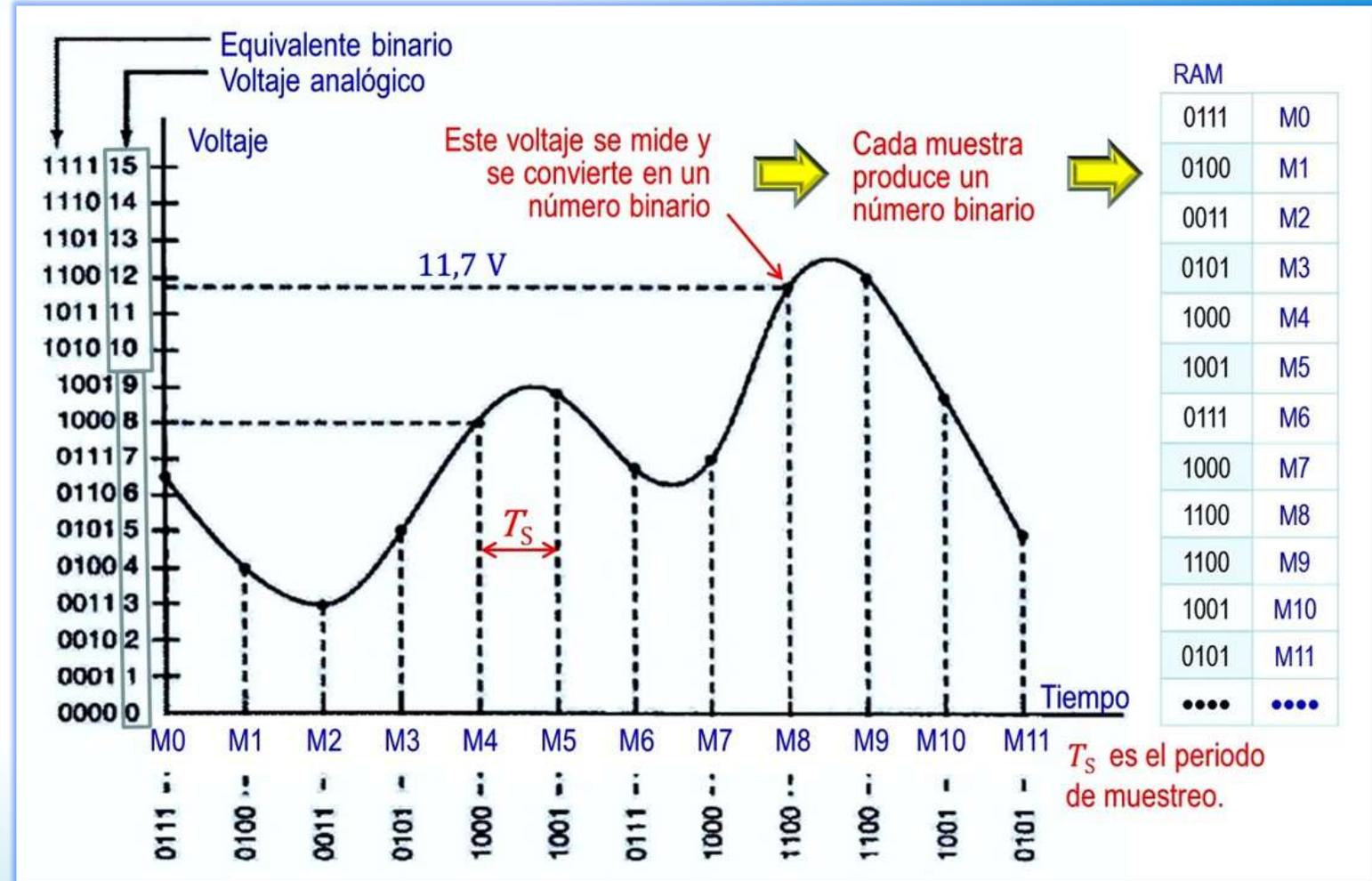
Digitalización de señales analógicas PCM

CONVERSIÓN ANALÓGICA A DIGITAL

Ejemplo digitalización PCM

(Blake, 2012)

- ▶ **Ejemplo 1.** Una señal analógica se convierte a **datos digitales** utilizando la técnica **PCM**, con un periodo de muestreo T_s , 16 niveles de cuantificación y una codificación de 4 bits por muestra. El intervalo de voltaje analógico oscila entre 0 y 15 V.
- En **cada instante** de muestreo se generan números binarios.



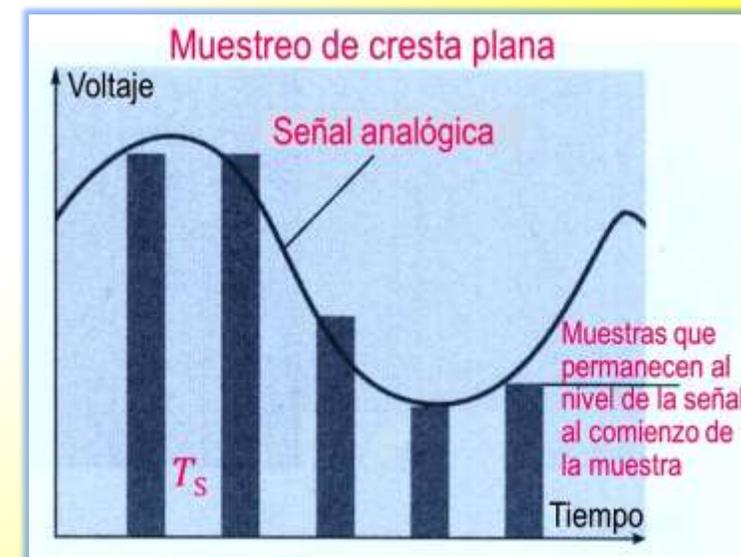
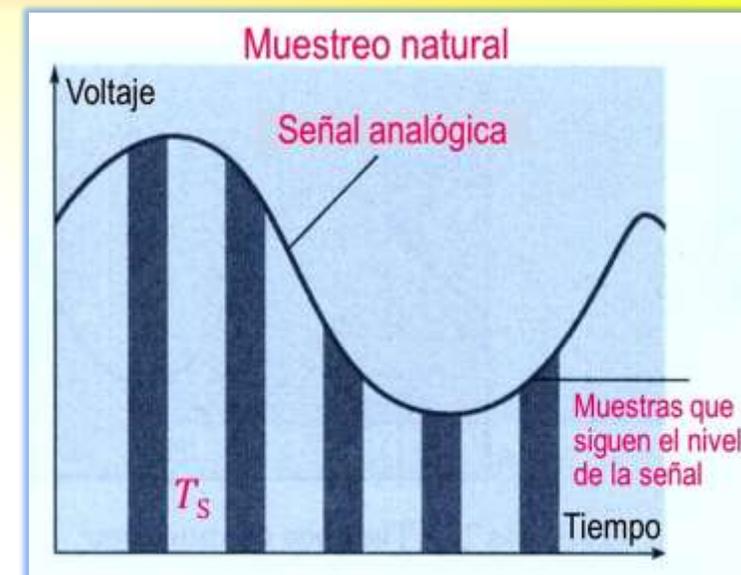
2. EL PROCESO DE MUESTREO

CONVERSIÓN ANALÓGICA A DIGITAL

Métodos de muestreo

(Forouzan, 2020)

- **La primera etapa** en PCM es el muestreo. La señal analógica es muestreada cada T_s , donde T_s es el intervalo de muestreo o periodo. El inverso del intervalo de muestreo se denomina **tasa de muestreo** o **frecuencia de muestreo** y se representa como f_s , donde $f_s = 1/T_s$.
- **Hay tres métodos de** muestreo: ideal, natural y de cresta plana.
 - **▶1. Muestreo ideal.** Se muestran los pulsos de la señal analógica, siendo ideal no se puede implementar fácilmente.
 - **▶2. Muestreo natural.** Un switch de alta velocidad se enciende solo durante un pequeño periodo de tiempo al realizarse el muestreo. El resultado es una secuencia de muestras que retienen la forma de la señal analógica, ver figura.
 - **▶3. Muestreo de cresta plana.** Es el método más común, denominado también de **muestreo y retención**, crea muestras de cresta plana, ver figura. Utiliza un switch de alta velocidad, MOSFET, y un circuito de muestro y retención S/H que es un amplificador operacional de alta ganancia.
- **El proceso de muestreo** es conocido también como modulación por amplitud de pulsos (PAM). Es necesario recordar, sin embargo, que el resultado sigue siendo una señal analógica con valores no enteros.

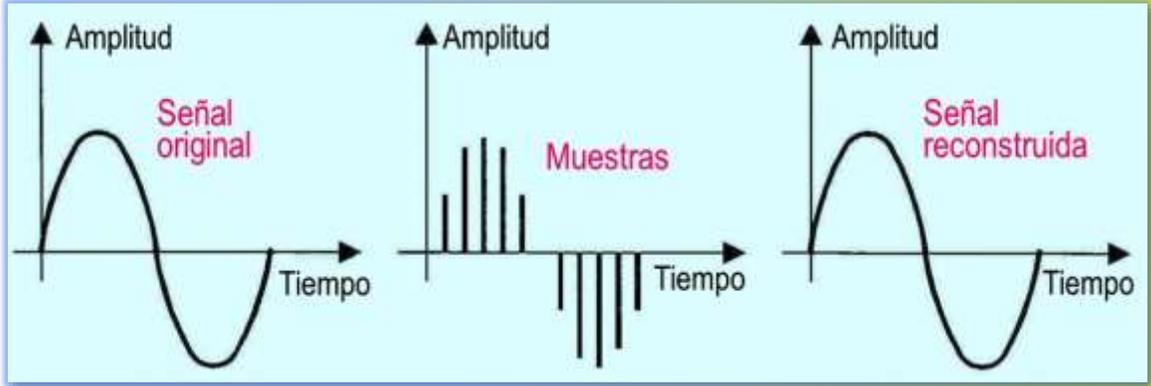


El proceso de muestreo

CONVERSIÓN ANALÓGICA A DIGITAL

Tasa de muestreo

(Forouzan, 2020)

- **Una consideración importante** es la tasa de muestreo o frecuencia ¿Cuáles son las restricciones sobre T_s ? Lo respondió Harry Nyquist en 1928 con un teorema.
 - **El Teorema de Nyquist** o Teorema del Muestreo establece que para reproducir la señal analógica original, una condición necesaria es que la tasa de muestreo sea al menos el doble de la frecuencia más alta contenida en la señal original.
- 
- $f_s > 2f_{m\acute{a}x}$
- f_s = frecuencia de muestreo, en Hz.
 $f_{m\acute{a}x}$ = frecuencia más alta, en Hz.
- **Ejemplo 2.** Las compañías de teléfono digitalizan la voz asumiendo una frecuencia de audio máxima de 3,4 kHz. La tasa de muestreo para la conversión A/D es, por tanto, mayor que 6.800 muestras/segundo; pero se acordó estandarizar una tasa de 8.000 muestras/segundo (8 kHz). El periodo de muestro es, por tanto, 125 μ s.
 - **Ejemplo 3.** En los sistemas de disco compacto CD, para una frecuencia de audio máxima de 20 kHz (para el oído humano), la tasa mínima de muestreo para la conversión A/D es 40 kHz; sin embargo, se acordó estandarizar una tasa de 44,1 kHz. El periodo de muestro es, por tanto, 22,68 μ s.

El proceso de muestreo

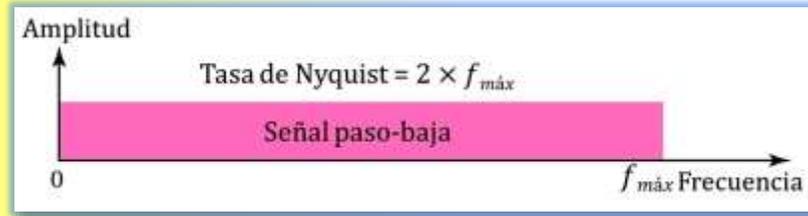
CONVERSIÓN ANALÓGICA A DIGITAL

Ejemplos tasa de muestreo

(Forouzan, 2020)

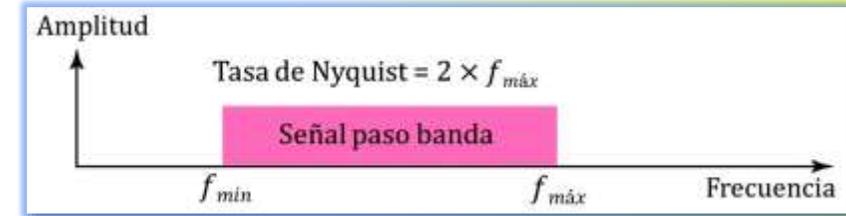
$$f_s > 2f_{m\acute{a}x}$$

- **Ejemplo 4.** Calcule la tasa de muestreo de Nyquist para cada una de las siguientes señales compuestas:
 - a) Una paso baja con un ancho de banda de 200 kHz.
 - b) Una pasabanda con un ancho de banda de 200 kHz, si la frecuencia más baja es 100 kHz.



$$a) f_s > 400 \text{ kHz}$$

$$b) f_s > 600 \text{ kHz}$$



- **Ejemplo 5.** Una señal pasabanda compleja tienen un ancho de banda de 200 KHz. ¿Cuál es la tasa de muestreo mínima para la señal?

No se puede encontrar; no se conoce dónde comienza o finaliza el ancho de banda. No se conoce la frecuencia de la señal.

- **Ejemplo 6.** Si una señal de video contiene variaciones de luz que cambian a una frecuencia de hasta 3.5 MHz, calcule la frecuencia de muestreo para su conversión A/D.

$$f_s > 7 \text{ MHz}$$

El proceso de muestreo

CONVERSIÓN ANALÓGICA A DIGITAL

Ejemplos tasa de muestreo

(Forouzan, 2020)

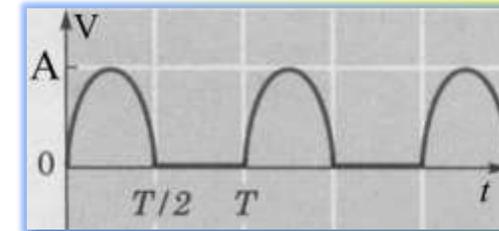
$$f_s > 2f_{\text{máx}}$$

- ▶ **Ejemplo 7.** Suponga que la salida de una **radio comercial FM** debe digitalizarse.
 - a) Calcule la tasa mínima de muestreo, considerando que la frecuencia máxima de audio en una radio FM para radiodifusión es 15 kHz.
 - b) Calcule la tasa de muestreo utilizada en la práctica.

$$\text{a) } f_s > 30 \text{ kHz.}$$

b) $f_s = 45 \text{ kHz}$. Se usa una tasa de muestreo 3 veces la máxima frecuencia.

- ▶ **Ejemplo 8.** Se transmitirá digitalmente una señal de información que tiene forma de senoide con rectificación de media onda con un periodo fundamental de $71,4 \mu\text{s}$. Se ha determinado que la onda se conducirá en forma adecuada si el ancho de banda incluye hasta la cuarta armónica. Calcule:



- a) La frecuencia fundamental de la señal.
- b) La cuarta armónica.
- c) La tasa de muestreo mínima.

$$\text{a) } f = 14 \text{ kHz}$$

$$\text{b) } 4f = 56 \text{ kHz}$$

$$\text{c) } f_s > 112 \text{ kHz.}$$

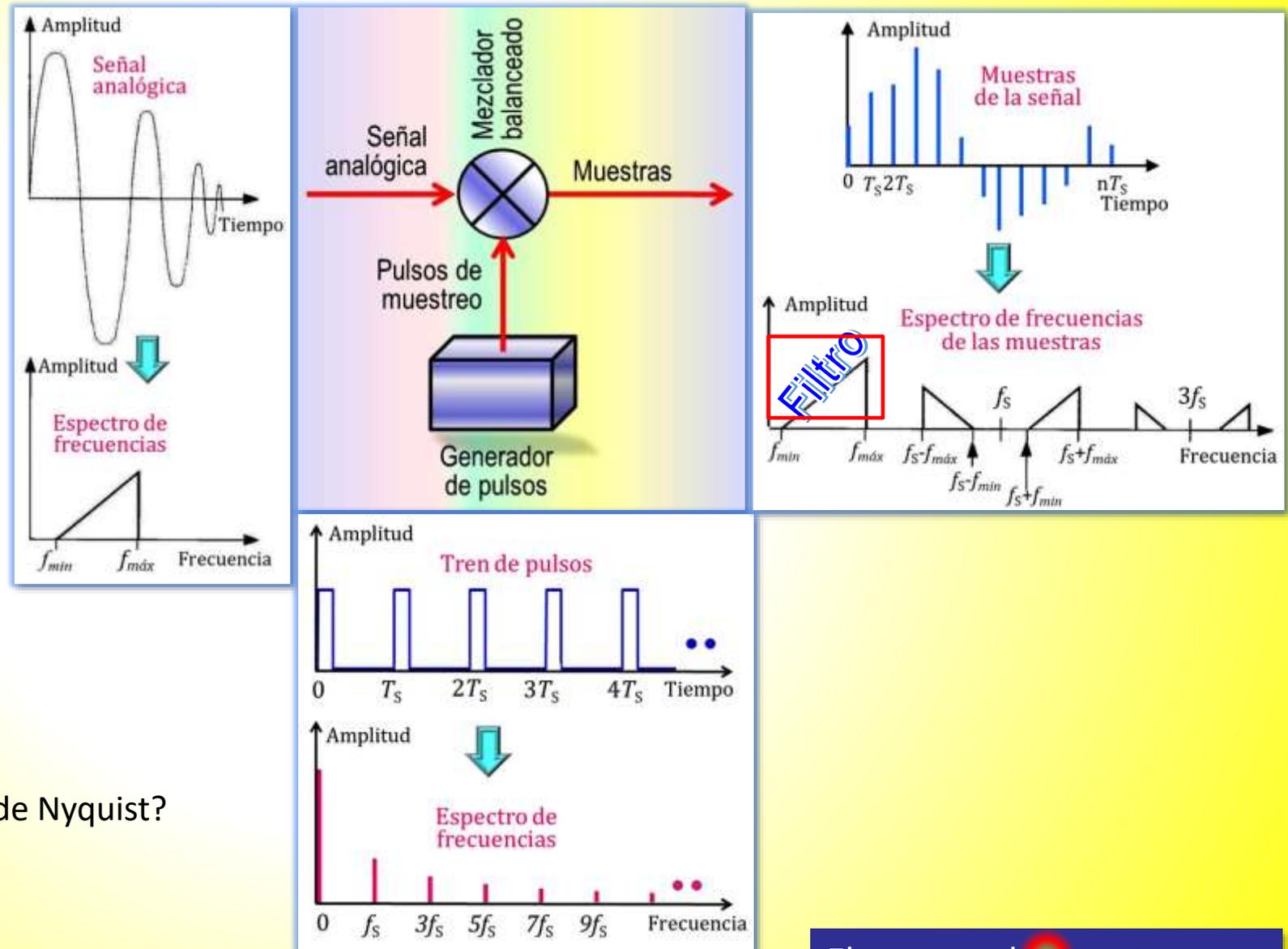
$$v(t) = \frac{A}{\pi} + \frac{A}{2} \text{sen}(\omega t) - \frac{2A}{\pi} \left(\frac{\cos 2\omega t}{3} + \frac{\cos 4\omega t}{15} + \frac{\cos 6\omega t}{35} + \dots \right)$$

El proceso de muestreo

CONVERSIÓN ANALÓGICA A DIGITAL

Demostración de Nyquist

- ▶ **1. Se mezcla** la señal analógica con un tren de pulsos muy estrechos. Para el efecto se utiliza un mezclador balanceado. Mezclar es equivalente a muestrear.
- ▶ **2. A la salida** del mezclador se obtiene un espectro de frecuencias donde aparecen componentes **suma** y **diferencia** para cada armónico del tren de pulsos que se mezcla con la señal.
- ▶ **3. Para recuperar** la señal original, sólo es necesario un **filtro paso-bajas** que deje pasar el espectro entre f_{min} y $f_{máx}$ y no el resto. Para ello, la condición es que: $f_s > 2f_{máx}$.
- ▶ **¿Qué sucede** si no se cumple el criterio de Nyquist?



El proceso de muestreo

CONVERSIÓN ANALÓGICA A DIGITAL

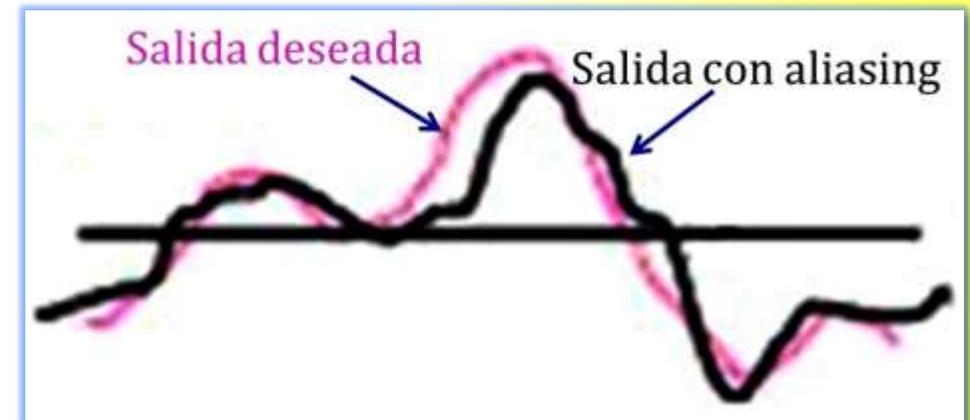
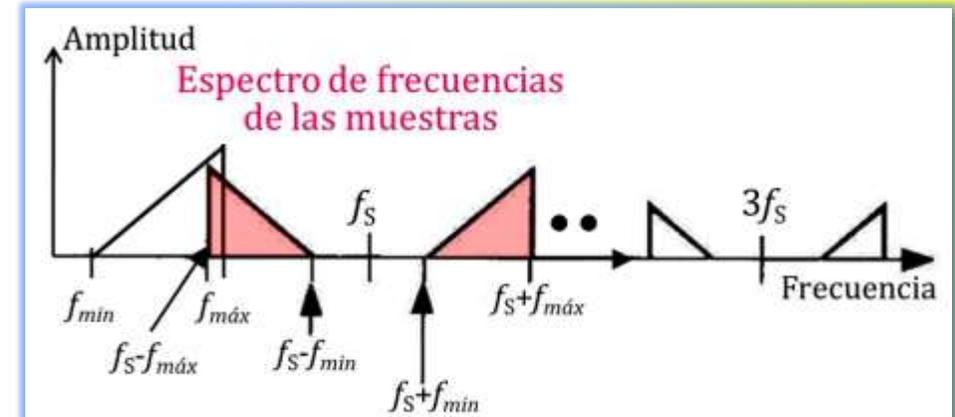
Tasa de muestreo menor que frecuencia de Nyquist

- **Ejemplo 9.** ¿Qué sucede si no se cumple el criterio de Nyquist?, es decir si la frecuencia de muestreo no es el doble de la frecuencia más alta de la señal.

Respuesta: se produce un solapamiento espectral.

- ☒ Este solapamiento se produce entre las componentes suma y diferencia adyacentes asociadas con cada armónico del tren de pulsos.
- ☒ Se generan componentes “intrusos” (*aliasing*) dentro de la banda base original, que no pueden separarse mediante un filtro pasabajas.
- Por tanto, no habrá una **reconstrucción** perfecta de la señal original, pues el solapamiento impide filtrar sólo la señal deseada.

$$f_s > 2f_{m\acute{a}x}$$



El proceso de muestreo

CONVERSIÓN ANALÓGICA A DIGITAL

Ejemplos con el Teorema de Nyquist

$$f_s > 2f_{m\acute{a}x}$$

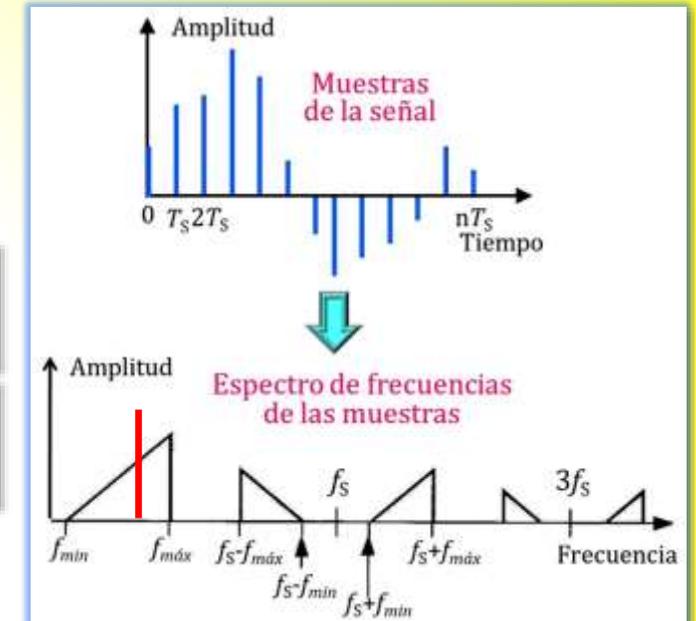
$$T_s = 1/f_s$$

- **Ejemplo 10.** La voz humana tiene un espectro que se extiende hasta frecuencias mayores de las que son necesarias en telefonía, hasta 10 kHz. Suponga que una de 5 kHz estuvo presente en un muestreador con tasa de muestreo de 8 kHz.

- a) ¿Qué sucederá?
- b) ¿Cómo podría evitarse el problema?

a) Se genera un aliasing de 3 kHz en la señal de salida.

b) Filtrando adecuadamente la señal de entrada, la de voz.



- **Ejemplo 11.** Considere la señal analógica $x(t) = 3 \cos(500\pi t) + 10 \sin(3000\pi t) - \cos(1000\pi t)$. Para su procesamiento digital, esta señal se muestrea con un circuito S/H :

- a) Calcule el periodo máximo del tren de pulsos de control S/H requerido para muestrear adecuadamente la señal.
- b) ¿Qué pasa si el periodo calculado se reduce a la mitad? ¿Se podrá muestrear adecuadamente la señal?

a) $T_s = 333,3 \mu s$, para una frecuencia de muestreo $f_s = 3.000 \text{ Hz}$.

b) Se duplica la frecuencia de muestreo $f_s = 6.000 \text{ Hz}$. Satisface plenamente el criterio de Nyquist.

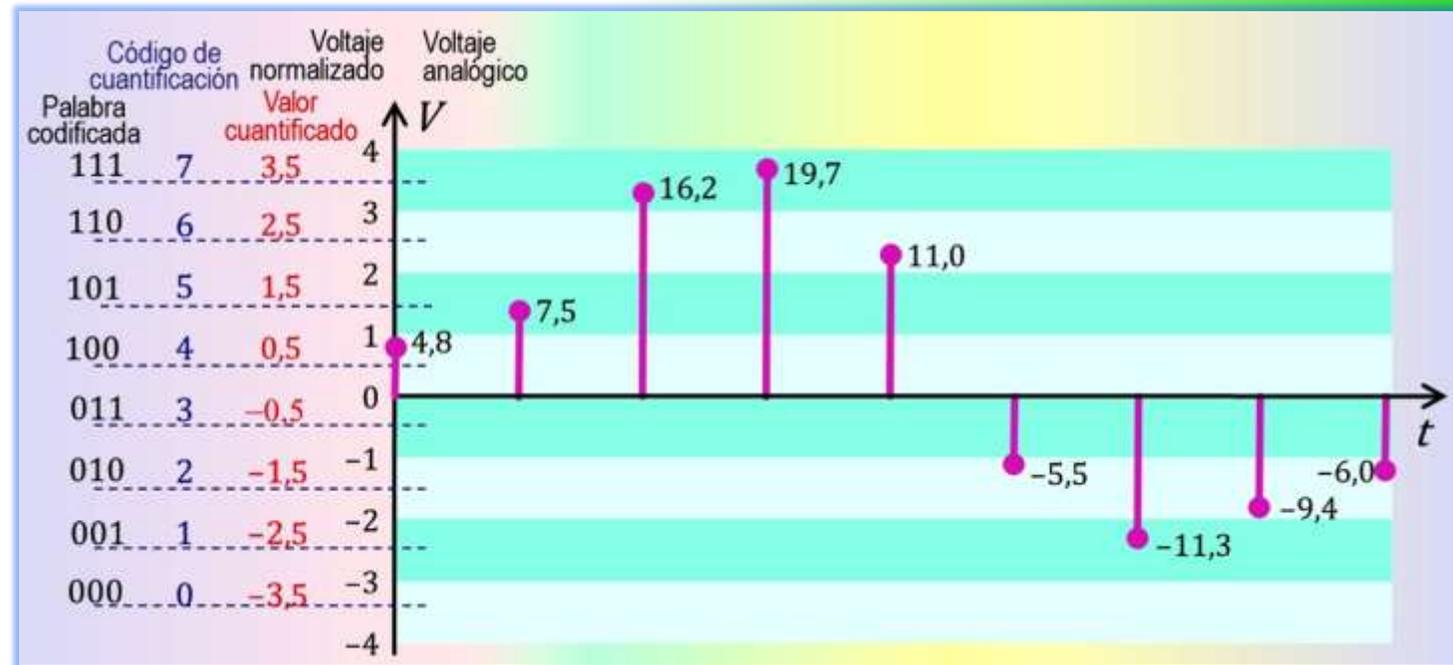
3. EL PROCESO DE CUANTIFICACIÓN

CONVERSIÓN ANALÓGICA A DIGITAL

¿Por qué se cuantifica?

(Forouzan, 2020)

- **Porque** el resultado del muestreo es una serie de pulsos con valores de amplitud comprendidos entre la mínima y máxima amplitud de la señal.
- **El conjunto de amplitudes** puede ser infinito con valores no enteros entre dos límites. Estos valores no se pueden utilizar en el proceso de codificación.
- **A continuación** se indican las etapas de la cuantificación:
 - ▶ **1. Se asume** que la señal analógica original tiene amplitudes instantáneas entre V_{\min} y V_{\max} .
 - ▶ **2. Se divide** el rango en L zonas, cada una de ancho Δ (delta), donde $\Delta = (V_{\max} - V_{\min}) / L$.
 - ▶ **3. Se asignan** valores cuantificados de 0 a $L - 1$ en el punto medio de cada zona.
 - ▶ **4. Se aproxima** el valor de la amplitud de la muestra a los valores cuantificados.
- **Ejemplo 12.** Como ejemplo sencillo, asuma que se tiene una señal muestreada y las amplitudes de la muestra se encuentran entre -20 y 20 V. Se decide tener ocho niveles ($L = 8$), Esto significa $\Delta = 5$ V.



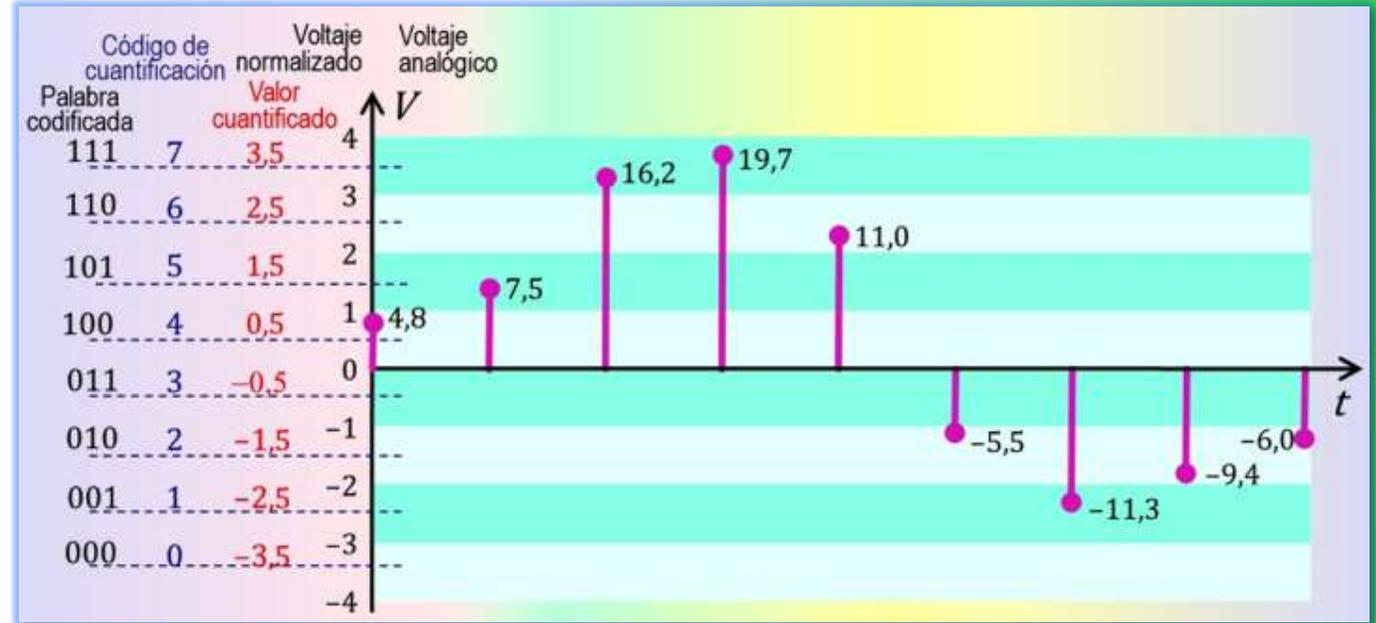
El proceso de cuantificación

CONVERSIÓN ANALÓGICA A DIGITAL

¿Por qué se cuantifica? (cont.)

(Forouzan, 2020)

- ▶ **Valor analógico de la muestra.** Se muestran solo nueve muestras utilizando el muestreo ideal. El valor situado en la parte superior de cada muestra en el gráfico muestra la amplitud real, en V.
- ▶ **Voltaje normalizado.** En el gráfico, los valores de voltaje analógicos se normalizan al valor de la altura de los intervalos: $0V/5V=0$, $\pm 5V/5V= \pm 1$, $\pm 10V/5V= \pm 2$, $\pm 15V/5V= \pm 3$, $\pm 20V/5V= \pm 4$.
- ▶ **Valor cuantificado.** El proceso de cuantificación selecciona el valor de cuantificación de la mitad de cada zona. En este ejemplo, las muestras toman los valores cuantificados de $\pm 0,5$, $\pm 1,5$, $\pm 2,5$, $\pm 3,5$.
 - ☒ Esto significa que los valores cuantificados normalizados son diferentes de las amplitudes normalizadas. La diferencia se denomina error normalizado.
- ▶ **Código de cuantificación.** Cada muestra se cambia a un código de cuantificación con base a su valor de cuantificación. En este ejemplo, las muestras se cambian a los códigos de cuantificación 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.
- ▶ **Palabra codificada.** Las palabras codificadas son los productos finales de la conversión. En este ejemplo, al ser ocho códigos de cuantificación, se precisan tres bits para codificación.



El proceso de cuantificación

CONVERSIÓN ANALÓGICA A DIGITAL

¿Cuántos niveles de cuantificación son necesarios?

(Forouzan, 2020)

- **En el ejemplo anterior**, se han mostrado ocho niveles de cuantificación. La elección de L , el número de niveles, depende del rango de las amplitudes de la señal analógica y de la precisión con la que se necesite recuperarla.
 - ☒ Si la **amplitud** de la señal fluctúa sólo entre 2 valores, se necesitarán solo 2 niveles.
 - ☒ Si la **señal**, como la voz, tiene muchos valores de amplitud, se necesitan más niveles de cuantificación. En la digitalización de audio, L normalmente toma el valor 256; en video normalmente se toman como valores miles.
- **El número de niveles** disponibles depende del número de **bits** utilizados para expresar el valor de la muestra.

$$N = 2^n$$

N = número de niveles.
 n = número de bits por muestra.
- ▶ **Ejemplo 12.** Calcule el número de niveles de cuantificación si el número de bits por muestra es: **a)** 8 como en telefonía, **b)** 16 como en los sistemas de audio de CD.

- a) 256
 - b) 65.536
- ▶ **Ejemplo 13.** Se está muestreando una señal, y cada muestra necesita al menos 12 niveles de precisión. ¿Cuántos bits se necesitan?

4 bits
- **La elección** de valores bajos de L incrementa el **error de cuantificación** si hay mucha fluctuación en la señal.
- **La diferencia** entre el valor real y el valor cuantificado de la señal digitalizada, produce un error de cuantificación. ¿cómo se interpreta este error?

El proceso de cuantificación

CONVERSIÓN ANALÓGICA A DIGITAL

(Forouzan, 2020)

Error de cuantificación

- **Un aspecto** importante es el error creado en el proceso de cuantificación. La cuantificación es un proceso de aproximación. Los valores de entrada del cuantificador son valores reales; los valores de salida son valores aproximados.
- **Los valores de salida** se eligen en el valor medio de la zona. Si el valor de entrada se encuentra en la mitad de la zona, no hay error de cuantificación; en caso contrario hay error.
- **Ejemplo 14.** En el ejemplo 15, la amplitud normalizada de la tercera muestra es $16,2/5 = 3,24$, pero el valor cuantificado normalizado es $3,50$. Esto significa que hay un error de $+0,26$. El valor del error para cualquier muestra es menor que $\Delta/2$. En otras palabras, se tiene que $-\Delta/2 \leq \text{error} \leq \Delta/2$
- **El error de cuantificación** cambia la tasa de señales a ruido de la señal, que a su vez reduce la capacidad límite superior según Shannon.
- **Se puede demostrar** que la contribución del **error de cuantificación** al SNR de la señal depende del número de niveles L de cuantificación o bits por muestra n , como se muestra en la siguiente fórmula.
- **Ejemplo 15.** ¿Cuál es el valor de SNR en el Ejemplo 12? $S/N = 19,82 \text{ dB}$.
- **Ejemplo 16.** Una línea telefónica debe tener un SNR por encima de 40 dB. ¿Cuál es el número mínimo de bits por muestra?
- **Ejemplo 17.** Calcule la relación SNR para un sistema lineal de PCM con cuantificación de 16 bits. $S/N = 98,08 \text{ dB}$.

$$S/N(\text{dB}) = 1,76 + 6,02n$$

S/N = relación señal a ruido, en dB.
 n = número de bits por muestra.

$n = 6,35$ bits. Las compañías telefónicas asignan 7 u 8 bits por muestra.

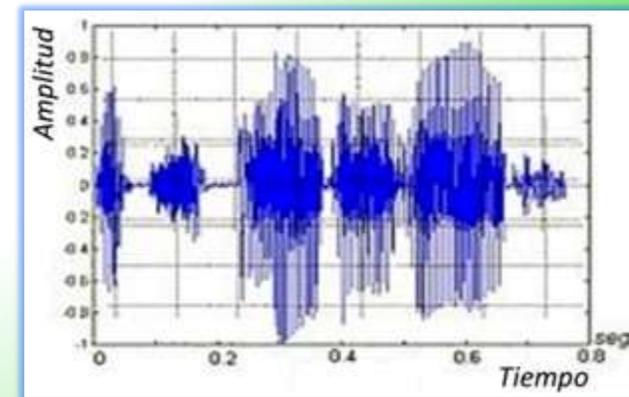
El proceso de cuantificación

CONVERSIÓN ANALÓGICA A DIGITAL

Características de la cuantificación uniforme

- **Ejemplo 18.** El intervalo de voltaje de un convertidor A/D que usa palabras de 14 bits. es de -6 a $+6$ V. Calcule :
 - a) El número de niveles de cuantificación que están representados.
 - b) La altura que tiene cada intervalo de cuantificación.
 - c) La relación S/N para dicho convertidor A/D.
- **Cuantificación uniforme**, así se llama la cuantificación cuyos intervalos tienen la **misma altura**. En esta cuantificación el error generado es similar para cualquier amplitud de muestra; lo cual es un problema para las muestras de **amplitud pequeña**, porque el error es casi tan grande como la muestra, pudiendo malograr la relación S/N.
- **En señales analógicas**, como las **señales de voz**, los cambios en la amplitud ocurren más frecuentemente en las amplitudes más pequeñas que en las grandes, por lo que esta cuantificación no es la recomendable.
- **Para tener una S/N** del mismo valor para cualquier amplitud de muestra se utiliza la **cuantificación no uniforme**.

- a) $N = 16.384$.
- b) altura = $732,4 \mu\text{V}$.
- c) S/N = $86,04 \text{ dB}$.

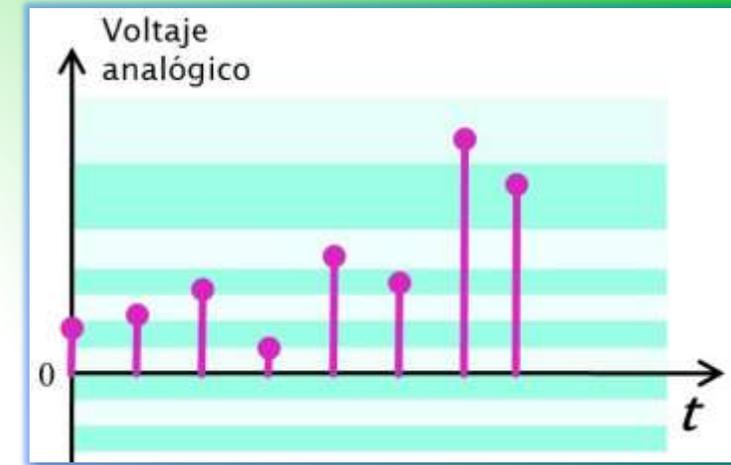


El proceso de cuantificación

CONVERSIÓN ANALÓGICA A DIGITAL

Características de la cuantificación no uniforme

- **En la cuantificación no uniforme**, los intervalos se distribuyen de forma **no uniforme**: son más angostos para las muestras de amplitudes pequeñas y más amplios para las de amplitudes grandes.
- **Para las pequeñas** es como si se utilizase un número alto de intervalos, reduciendo el error de cuantificación. Para las **grandes** el número de intervalos disminuye, aumentando el error de cuantificación, pero conservando una calidad suficiente. **En la práctica**, ¿cómo se puede conseguir una cuantificación no uniforme?
- **►1. Utilizando** el proceso denominado **compresión-expansión (Companding)**. ¿Cómo funciona? Usa un **amplificador compresor** a la entrada, con mayor ganancia para las amplitudes pequeñas de la señal que para las grandes. El compresor reduce el error de cuantificación para amplitudes pequeñas. **El efecto de la compresión** se invierte por **expansión** en el receptor, con una ganancia que es el inverso de la del transmisor. **Para las señales de voz**, existen 2 métodos de compresión: el de **ley μ** (EE.UU y Japón) y **ley A** (Europa y resto del mundo).
- **►2. Utilizando** el método de **Companding digital**. ¿En qué consiste? Consiste en cuantificar una señal por medio de un mayor número de bits por los que se va a transmitir, y luego se llevan a cabo las operaciones aritméticas en las muestras para reducir el número de bits. De esta manera se hace la **Companding** en la mayoría de los equipos telefónicos. Este tipo de compresión-expansión forma parte de los procesos de codificación y decodificación.



4. EL PROCESO DE CODIFICACIÓN

CONVERSIÓN ANALÓGICA A DIGITAL

Descripción de la codificación

(Forouzan, 2020)

▪ **Es la última etapa en PCM.** Con la **codificación** se representan las muestras cuantificadas mediante una secuencia binaria de **unos** y **ceros**. El número de bits para cada muestra se determina a partir del número de niveles de cuantificación.

▪ **La tasa de bit** generada se calcula con base a la tasa de muestreo y la cantidad de bits por muestra.

$$v_t(\text{bps}) = f_S(\text{Hz}) \times n$$

v_t = tasa de bit, en **bps**.
 f_S = tasa de muestreo, en **Hz**.
 n = número de bits por muestra.

▪ ▶ **Ejemplo 19.** Se quiere digitalizar la voz humana. Calcule la tasa de bit asumiendo 8 bits por muestra.

$$v_t = 64 \text{ kbps}$$

▪ ▶ **Ejemplo 20. Transmisión de audio.** Calcule la tasa mínima de transferencia de datos necesaria para transmitir audio con una frecuencia de muestreo de 40 kHz y 14 bits por muestra.

$$v_t = 560 \text{ kbps}$$

▪ ▶ **Ejemplo 21. Cuantificación y codificación.** Una señal de video compuesta, con frecuencias de banda base de hasta 4 MHz, se transmite utilizando la técnica PCM, con 8 bits por muestra y una tasa de muestreo de 10 MHz. Calcule: **a)** El número de niveles de cuantificación, **b)** La tasa de bit y **c)** La máxima relación S/N.

a) $N = 256$
b) $v_t = 80 \text{ Mbps}$
c) $S/N = 49,9 \text{ dB}$

▪ ▶ **Ejemplo 22.** Se desea grabar en CD un concierto musical, en el cual se producen ondas audibles de banda base hasta 20.000 Hz. Calcule el espacio en memoria que se necesita, si para el muestreo se dispone de los siguientes formatos PCM: 8.000, 16.000, 24.000, 36.000 y 44.100 Hz. Elija uno de ellos. Se utilizan, además, 16 bits para codificación. El tiempo total de grabación se calcula en una hora.

$$\text{Memoria} = 317,52 \text{ MB}$$

Referencias bibliográficas

CONVERSIÓN ANALÓGICA A DIGITAL

Referencias bibliográficas

- Blake, Roy (2012). *Electronic Communication Systems*. Cengale, India: Thomson
- CISCO (2015). *CCNA Routing and Switching. Introduction to Networks*. CISCO.
- CISCO (2016). *Introducción a las redes*. Madrid: Pearson Education, S.A.
- Forouzan, B. A. (2020). *Transmisión de datos y redes de comunicaciones*. Madrid: McGraw-Hill.
- Huawei Technologies (2020). *Basics of data communication networks*. Huawei.
- Kurose, J. Keith, R. (2017). *Redes de computadoras: un enfoque descendente*. Madrid: Pearson Education, S.A.

FIN

Tema 6 de:
TRANSMISIÓN DIGITAL
Edison Coimbra G.